اعداد استرلینگ نوع دوم براساس الگوریتم شجره انسان و جن

آرایه مثلثی تشکیل یافته از مجموعه بسته های روابط ریاضی مولد اعداد استرلینگ نوع دوم بر اساس الگوریتم شجره انسان و جن

تالیف : محمد رضا سراجیان اصل

از ابتدای پیدایش اعداد استرلینگ در دنیای ریاضیات روش ها و فرمول هایی برای تولید آن اعداد ارایه گردیده که غالب آنها انحصارا در سطوح ریاضیات دانشگاهی (عالی) قابل فهم و دریافت می باشد

در این مقاله روش و الگوریتمی در سطح ریاضیات همگانی (دانش آموزی) برای تولید اعداد استرلینگ نوع دوم ارایه گردیده

الگوریتم ارایه شده در حین سادگی و قابل دریافت بودن برای سطوح دانش آموزی دارای بار تحقیقی برای دانش پژوهان سطوح بالاتر نیز می باشد **البته لازم بذکر است که الگوریتم موضوع این مقاله هیچ ارتباطی به انسان و جن و نحوه تناسل و فرزند آوری واقعی این دو مخلوق ندارد و فقط ارتباط شجره ای دو گونه از عبارت ها و رابطه های ریاضی با موضوع اعداد استرلینگ مورد نظر می باشد.**

در نگاه اول عنوان الگوریتم نیمه خیالی شجره انسان و جن برای تولید اعداد واقعی و حقیقی استرلینگ، عجیب و اسرار آمیز و نیز اندکی فکاهی به نظر می آید ولی در ادامه با ایجاد جدول هائی بر اساس الگوریتم یاد شده برای تولید اعداد استرلینگ امکان ارتباط و پیوند دو موضوع واقعی (طبیعی) و خیالی برای توضیح چگونگی تولید اعداد واقعی و حقیقی و اسرار آمیز استرلینگ ملموس تر خواهد گردید

الگوریتم شجره انسان و جن برای تولید اعداد استرلینگ نوع دوم با ارائه دو آرایه مثلثی مجزا، متشکل از بسته های روابط ریاضی مربوط به انسان و جن و شرح چگونگی ایجاد بسته های روابط مزبور انجام می پذیرد

در زیر یک نمونه از بسته روابط ریاضی مربوط به بخش شجره انسان برای عدد استرلینگ (6951) ارایه گردیده

$\left(\begin{matrix}\text{Stirling2}\\ \\ n=9\\ k=5\end{matrix}\right)=6951$ n = row k = column

m = n - k

$1^4+2^4+3^4+4^4+5^4=979$ $1^m+2^m+3^m+....+k^m$

$\left(\frac{5^2+3}{2}\right)\cdot 1^3+\left(\frac{5^2+1}{2}\right)\cdot 2^3+\left(\frac{5^2-1}{2}\right)\cdot 3^3+\left(\frac{5^2-3}{2}\right)\cdot 4^3+\left(\frac{5^2-5}{2}\right)\cdot 5^3=2396$

$\left(\frac{5^2+3}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 5+\left(\frac{5^2+1}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 5+\left(\frac{5^2-1}{2}\right)\cdot 3^2\cdot 5+\left(\frac{5^2-3}{2}\right)\cdot 4^2\cdot 5=1750$

$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^2\cdot 4=416$

$\left(\frac{3^2+1}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 3+\left(\frac{3^2-1}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 3=63$

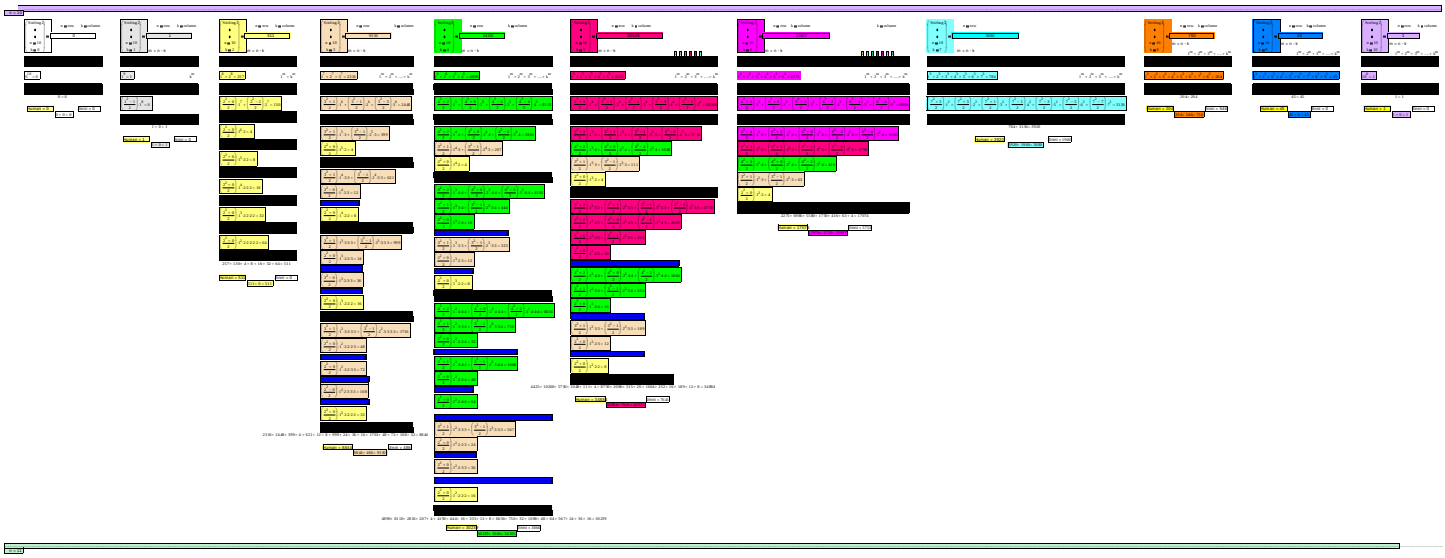
$\left(\frac{2^2+0}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 2=4$

$979+2396+1750+416+63+4=5608$

Human = 5608 Jinni = 1343

$5608+1343=6951$

آرایه مثلثی از بسته های اعداد استرلینگ نوع دوم، ایجاد شده بر اساس الگوریتم شجره انسان و جن (بخش انسان)



در الگوریتم شجره انسان و جن برای تولید اعداد استرلینگ، در بسته های مربوط به انسان، هر یک از عبارت های عددی موجود در بسته های استرلینگ بمنزله یک انسان در نظر گرفته می شود که بمثابه فرزندی برای نسل پیشین و پدری برای نسل پسین می باشد

چگونگی ایجاد بسته های روابط ریاضی بخش انسان برای تولید اعداد استرلینگ نوع دوم

هر یک از اعداد استرلینگ نوع دوم از دو بخش بسته روابط ریاضی مجزا منسوب به شجره انسان و شجره جن تشکیل یافته است که حاصل جمع آن دو بخش برابر با عدد استرلینگ مزبور می باشد

در بالای هر بسته از عبارت های عددی بخش شناسایی عدد استرلینگ مزبور می باشد بطور مثال بخش شناسایی عدد استرلینگ **{ 7770 }** با مختصات شماره ردیف **{n = 9}** و شماره ستون عمودی **{k = 4}** از آرایه مثلثی به شکل زیر می باشد

$$\begin{pmatrix} \text{Stirling2} \\ \vdots \\ n = 9 \\ k = 4 \end{pmatrix} = 7770$$

n = row k = column

m = n - k

[redacted]

بخش اول از بسته روابط ریاضی :

این بخش شامل یک عبارت عددی از حاصل جمع تعداد **{ k }** عدد طبیعی با توان های **{ m }** است که در آن **{ m = n – k }** می باشد؛ بطور مثال بخش اول بسته عبارت های عددی مربوط به عدد استرلینگ **{ 7770 }** با مختصات شماره ردیف **{n = 9}** و شماره ستون عمودی **{k = 4}** از آرایه مثلثی به شکل زیر می باشد.

$$\begin{pmatrix} \text{Stirling2} \\ \vdots \\ n = 9 \\ k = 4 \end{pmatrix} = 7770$$

n = row k = column

m = n - k

[redacted]

$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 = 1300$

$1^m + 2^m + 3^m + \ldots + k^m$

[redacted]

بخش دوم از بسته عبارت های عددی :

این بخش شامل یک عبارت عددی با عنوان اولین عبارت ریاضی انسان { اولین پدر انسان از بسته عبارت های عددی مربوط به عدد استرلینگ $S_{(n,k)}$ }، بطور مثال بخش دوم بسته عبارت های عددی مربوط به عدد استرلینگ { **7770** } با مختصات شماره ردیف {**n = 9**} و شماره ستون عمودی {**k =** **4**} از آرایه مثلثی به شکل زیر می باشد.

$$\begin{Bmatrix} \text{Stirling2} \\ \vdots \\ n = 9 \\ k = 4 \end{Bmatrix} = 7770$$

n = row k = column

m = n - k

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 = 1300 \qquad 1^m + 2^m + 3^m + \ldots + k^m$$

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^4 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^4 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^4 + \left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^4 = 2240$$

or

$$(2+3+4)\cdot 1^4 + (1+3+4)\cdot 2^4 + (1+2+4)\cdot 3^4 + (1+2+3)\cdot 4^4 = 2240$$

درجه یا مرتبه تناسل : Generation Grade R.G.

عدد نمای اولین ضریب پرانتزها درهر یک از عبارت های عددی درجه تناسل نامیده می شود؛ بطور مثال درجه تناسل در عبارت عددی انسان اول در مثال بالا {4} و در دو عبارت زیر بترتیب {2} & {2} می باشد

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 4\cdot 5 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 4\cdot 5 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^2\cdot 4\cdot 5 = 2080$$

$$\left(\frac{3^2+1}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 3\cdot 3\cdot 3 + \left(\frac{3^2-1}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 567$$

قانون کلی در بخش اتسان برای تناسل : Reducing of Generation Grade {R.G.G}

در هر مرتبه از انتقال یک نسل به نسل بعدی و یا پدر به فرزند یک واحد از درجه تناسل کاهش می یابد

در هر بسته استرلینگی از مجموعه عبارت های عددی، اولین پدر انسان دارای دو شخصیت وعملکرد متضاد زیر می باشد

1- پدری خوب و خیرخواه برای نسل بعدی :

این عمل با اضافه کردن بزرگترین ضریب پرانتزها به انتهای سمت راست هر یک از جمله های عبارت پدر صورت می گیرد بطور مثال برای بسته عدد استرلینگ {7770} عملکرد خوب و خیرخواهانه اولین پدر بصورت زیر می باشد

عبارت اولین فرزند انسان (تکمیل نشده)

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^4\cdot 4 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^4\cdot 4 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^4\cdot 4 + \left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^4\cdot 4 = 8960$$

عبارت اولین پدر انسان

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^4 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^4 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^4 + \left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^4 = 2240$$

2- پدری بی خیر برای نسل بعدی :

این عمل با کاستن یک واحد از درجه تناسل هر یک از جمله های عبارت حاصل از عملکرد خوب پدر و حذف آخرین جمله از عبارت عددی مزبور انجام می پذیرد بطور مثال برای بسته عدد استرلینگ {7770} عملکرد بواسطه بی خیری اولین پدر فرضی بصورت زیر می باشد

3 - عبارت حاصل از حذف آخرین جمله 2- عبارت حاصل از کاهش درجه تناسل 1- عبارت حاصل از عملکرد خوب انسان اول

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^4\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^4\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^4\cdot 4+\left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^4\cdot 4=8960$$

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^3\cdot 4+\left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^3\cdot 4=2584$$

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^3\cdot 4=1048$$

حاصل دو عملکرد متضاد خوب و بی خیر از اولین پدر انسانی اولین فرزند انسانی می باشد که در مثال عدد استرلینگ {7770} بشکل زیر می باشد

$$\left\{\begin{matrix}\text{Stirling2}\\ \\ n=9\\ k=4\end{matrix}\right\}=7770$$

n = row k = column

m = n - k

$$1^5+2^5+3^5+4^5=1300$$

$$1^m+2^m+3^m+....+k^m$$

First generation

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^4+\left(\frac{4^2-4}{2}\right)\cdot 4^4=2240$$

Prim father

Second generation

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^3\cdot 4=1048$$

First son of prim father

مراحل ایجاد شدن مجموعه فرزندان نسل دوم حاصل از اولین پدر

1- آخرین جمله در سمت راست از عبارت اولین فرزند را حذف و یک واحد از هریک از ضرائب سمت راست جمله های عبارت اولین فرزند منها می نمائیم و نیز یک واحد از اعداد پایه در صورت کسرهای داخل پرانتزهای اولین فرزند را کم می نمائیم عبارت بدست آمده دومین فرزند در نسل دوم نامیده می شود بطور مثال در بسته عدد استرلینگ {7770} ایجاد دومین فرزند درنسل دوم بشکل زیر می باشد

3- عبارت دومین فرزند در نسل دوم

$$\left(\frac{3^2+1}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 3+\left(\frac{3^2-1}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 3=111$$

2- حذف جمله آخرعبارت اولین فرزند

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4=292$$

1- عبارت اولین فرزند در نسل دوم

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4+\left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4+\left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^3\cdot 4=1048$$

2- آخرین جمله در سمت راست از عبارت دومین فرزند را حذف و یک واحد از هریک از ضرائب سمت راست جمله های عبارت اولین فرزند منها می نمائیم و نیز یک واحد از اعداد پایه در صورت کسرهای داخل پرانتزهای اولین فرزند را کم می نمائیم عبارت بدست آمده سومین فرزند در نسل دوم نامیده می شود بطور مثال در بسته عدد استرلینگ {7770} ایجاد سومین فرزند درنسل دوم بشکل زیر می باشد

3- عبارت سومین فرزند در نسل دوم

$$\left(\frac{2^2+0}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 2=4$$

2- حذف جمله آخرعبارت دومین فرزند

$$\left(\frac{3^2+1}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 3=15$$

1- عبارت دومین فرزند در نسل دوم

$$\left(\frac{3^2+1}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 3+\left(\frac{3^2-1}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 3=111$$

اینک در مثال جاری مربوط به بسته عدد استرلینگ {7770} درنسل دوم مجموعه فرزندان یک مجموعه سه فرزندی می باشد که آخرین فرزند در آن بصورت یک عبارت یک جمله ای مشاهده می شود ولی در بسته های استرلینگی دیگر تعداد فرزندان بیشتری در یک مجموعه فرزندان وجود خواهند داشت که با ادامه مراحل 1 و 2 ذکر شده در بالا با بدست آمدن آخرین فرزند از مجموعه بشکل یک عبارت یک جمله ای مشخص خواهد گردید بطور مثال مجموعه فرزندان در نسل دوم برای عدد استرلینگ {42525} به شکل زیر می باشد.

با تکمیل و مشخص شدن مجموعه فرزندان در نسل دوم از هر بسته عدد استرلینگی اینک بر اساس مراحل زیر هر یک از فرزندان نسل دوم مبدل به پدری خوب و خیرخواه برای مجموعه های فرزندان در نسل بعدی (نسل سوم) خواهد گردید

1- اولین پدر در نسل دوم بعد از کاهش یک واحدی از درجه تناسل برای انتقال به نسل سوم (R.G.G) بزگترین ضریب عبارت خود را ضریب آخر در سمت راست هر یک از جمله ها قرار می دهد (تعداد ضریب جمله های عبارت افزایش می یابد) بطور مثال ایجاد اولین فرزند از مجموعه فرزندان در نسل سوم (از اولین پدر در نسل دوم) در بسته عدد استرلینگی {7770} بشکل زیر می باشد

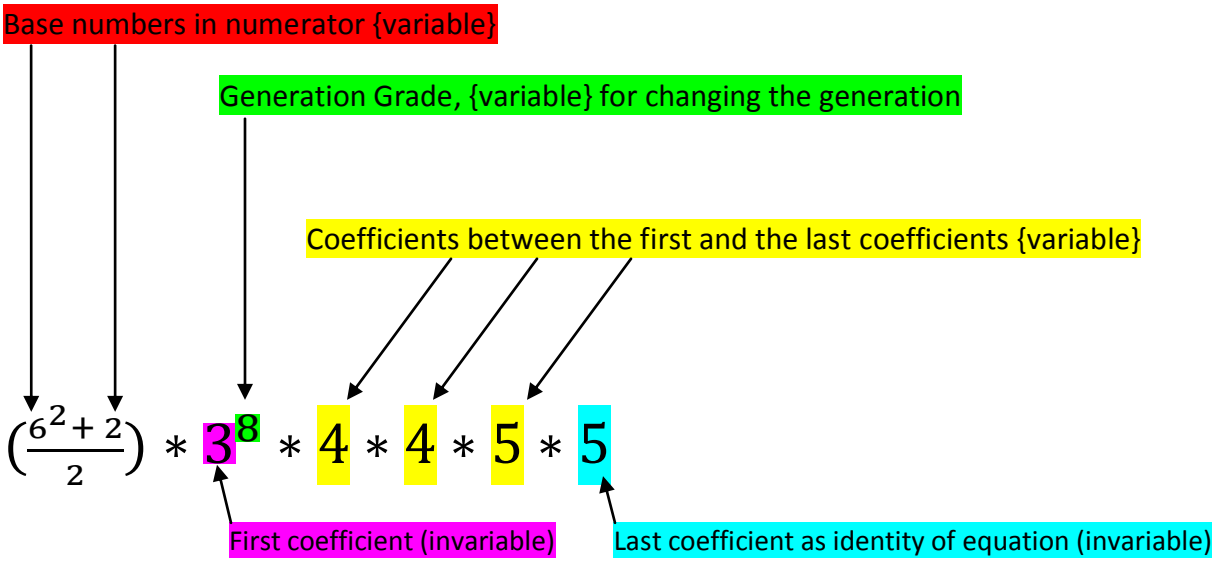
2- اولین فرزند از اولین مجموعه فرزندان در نسل سوم

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^2\cdot 4\cdot 4 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^2\cdot 4\cdot 4 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^2\cdot 4\cdot 4 = 1664$$

1- اولین پدر در نسل دوم

$$\left(\frac{4^2+2}{2}\right)\cdot 1^3\cdot 4 + \left(\frac{4^2+0}{2}\right)\cdot 2^3\cdot 4 + \left(\frac{4^2-2}{2}\right)\cdot 3^3\cdot 4 = 1048$$

در زیر یک نمونه از جمله های عبارت های ریاضی (انسان) موجود در یک بسته عدد استرلینگی ارائه می شود



در زیر یک نمونه از مجموعه فرزندان انسان (دو فرزندی) موجود در یک بسته عدد استرلینگی ارائه می شود

Below is a sample of sons set for showing the variable and invariable values in creating the sons set

$$\left(\frac{3^2+1}{2}\right) * 1^4 * 3 * 3 + \left(\frac{3^2-1}{2}\right) * 2^4 * 3 * 3 = 621$$

$$\left(\frac{2^2-0}{2}\right) * 1^4 * 2 * 3 = 12$$

چرا انسان و جن ؟

1- انسان ها در خلقت ساختار پیچیده تری نسبت به جنیان دارند و ما در مقایسه عبارت های ریاضی مربوط به انسان و جن آنرا مشاهده می نماییم

2- درجه تناسل درعبارت های مربوط به جنیان همواره عدد { 1 } می باشد درحالیکه در مورد انسان درجه تناسل اعداد بزرگتری را نیز شامل می باشد

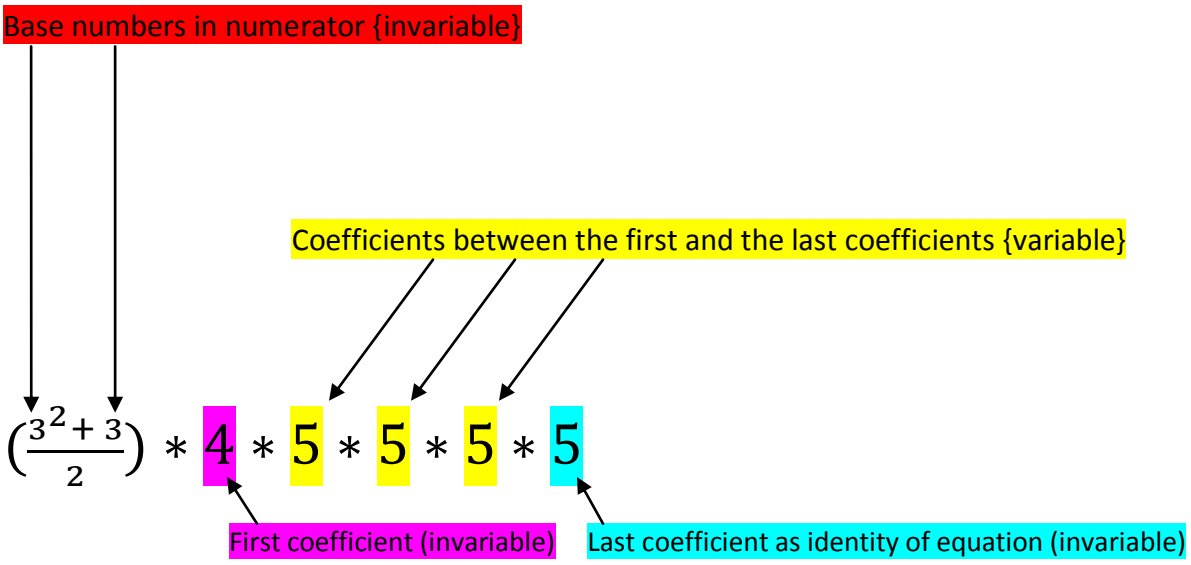
3- عبارت ریاضی اولین پدر در بخش انسان مختص یک بسته عدد استرلینگی می باشد در حالیکه در مورد جنیان هر عبارت ریاضی اولین پدر یک مجموعه اعداد استرلینگی واقع در یک ردیف افقی را پدر می باشد

4- در هر بسته عدد استرلینگی فقط یک بخش مختص جنیان است در حالیکه بنسبت درجه تناسل اولین پدر، فرزندان انسان در بخشهای متعددی قرار می گیرند

5- در سردفتر هر بسته عدد استرلینگی یک عبارت ریاضی خاص (بدون پرانتز ها و ضرایب) مرتبط به انسان مشاهده می شود که مختص بخش انسان است و بخش جنیان مستثنی از آن می باشند

6- با وجود اختلاف های ذکر شده در بالا مابین عبارت های انسانی و جنی شباهت هایی چندی نیز در نحوه ایجاد فرزندان میان این دو وجود دارد که در مطالعه بسته های اعداد استرلینگی متوالی قابل دریافت می باشد

در زیر یک نمونه از جمله های عبارت های ریاضی (جن) موجود در یک بسته عدد استرلینگی ارائه می شود



$$\left(\frac{3^2+3}{2}\right) * 4 * 5 * 5 * 5 * 5$$

در زیر یک نمونه از مجموعه فرزندان جن (سه فرزندی) موجود در یک بسته عدد استرلینگی ارائه می شود

$$\left(\frac{1^2+1}{2}\right) * 2 * 5 * 5 * 5 + \left(\frac{2^2+2}{2}\right) * 3 * 5 * 5 * 5 + \left(\frac{3^2+3}{2}\right) * 4 * 5 * 5 * 5 = 4375$$

$$\left(\frac{1^2+1}{2}\right) * 2 * 4 * 4 * 5 + \left(\frac{2^2+2}{2}\right) * 3 * 4 * 4 * 5 = 880$$

$$\left(\frac{1^2+1}{2}\right) * 2 * 3 * 3 * 5 = 90$$

(بخش جن) آرایه مثلثی از بسته های اعداد استرلینگ نوع دوم، ایجاد شده بر اساس الگوریتم شجره انسان و جن

تاکید بر الگوریتم شجره انسان و جن برای تولید اعداد استرلینگ امکان استفاده از آن برای تعیین اعداد تشکیل دهنده آرایه سه بعدی مکعب استرلینگ می باشد که شرح آن در انتهای مقاله ارائه گردیده است

جدول مربوط به بخش انسانی اشتقاق یافته از آرایه مثلثی اعداد استرلینگ نوع دوم

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n											
0	1										
1	0	1									
2	0	1	1								
3	0	1	3	1							
4	0	1	5	6	1						
5	0	1	15	14	10	1					
6	0	1	31	84	30	15	1				
7	0	1	63	283	300	55	21	1			
8	0	1	127	912	1483	825	91	28	1		
9	0	1	255	2863	6844	5608	1911	140	36	1	
10	0	1	511	8844	30239	34884	17074	3920	204	45	1

جدول بخش جنیان اشتقاق یافته از آرایه مثلثی اعداد استرلینگ نوع دوم

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n											
0	0										
1	0	1									
2	0	0	0								
3	0	0	0	0							
4	0	0	2	0	0						
5	0	0	0	11	0	0					
6	0	0	0	6	35	0	0				
7	0	0	0	18	50	85	0	0			
8	0	0	0	54	218	225	175	0	0		
9	0	0	0	162	926	1343	735	322	0	0	
10	0	0	0	486	3866	7641	5753	1960	546	0	0

کلمات کلیدی : اعداد استرلینگ نوع دوم ؛ اعداد استرلینگ ؛ جدول اعداد استرلینگ نوع دوم ؛ تعمیم اعداد استرلینگ نوع دوم ؛ الگوریتم شجره انسان و جن برای تولید اعداد استرلینگ نوع دوم

با عرض پوزش، از دانش آموزان و دانش پژوهان عزیز تقاظا داریم برای مطالعه بقیه مقاله به ترجمه انگلیسی آن در همین سایت mrserajian.ir مراجعه فرمایند

انشاء ا... بزودی ترجمه فارسی مقاله در دسترس خواهد بود